

PRÜFUNG ZUM ERWERB DER FACHHOCHSCHULREIFE an Berufskollegs zum Erwerb der Fachhochschulreife u.a.	Hauptprüfung 2 0 0 4
Fach : M a t h e m a t i k	Aufgabe 3

L Ö S U N G S V O R S C H L A G

Punkte

3.1 $f(x) = 1 - 2\sin(2x)$; $f'(x) = -4\cos(2x)$. Antwortmöglichkeit z.B.:

$f(0) = 1 \Rightarrow$ Schaubild 2 gehört nicht zu f
 $f'(0) = -4 \Rightarrow$ Schaubild 1 gehört nicht zu f
 Periodenlänge von K ist $\pi \Rightarrow$ Schaubild 3 gehört nicht zu f
 Wenn also eines der Schaubilder zu f gehört, kann es nur Schaubild 4 sein.

6

3.2 $f'(x) = g'(x) = 4$

$$\cos(2x) = -1 \Leftrightarrow 2x = \pi \vee 2x = -\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} \vee x = -\frac{\pi}{2}$$

4

Berührungspunkte und $B_1\left(\frac{\pi}{2} | 1\right)$ $t_1: y = 4x + 1 - 2\pi$
 Tangentengleichungen: $B_2\left(-\frac{\pi}{2} | 1\right)$ $t_2: y = 4x + 1 + 2\pi$

3

3.3 $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = h\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1 \Rightarrow P$ ist gemeinsamer Punkt von K und h .

2

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} (h(x) - f(x)) dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(-\frac{4}{\pi}x + 3 - 1 + 2\sin(2x)\right) dx = \left[-\frac{2}{\pi}x^2 + 2x - \cos(2x)\right]_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\pi}{2} + 2$$

5

3.4 $f''(x) = 8\sin(2x)$; $f'''(x) = 16\cos(2x)$

Tiefpunkt von K : $T\left(\frac{\pi}{4} | -1\right)$, denn: $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} \wedge f''\left(\frac{\pi}{4}\right) = 8 \wedge f\left(\frac{\pi}{4}\right) = -1$

Wendepunkt von K : $W(0 | 1)$ denn: $f''(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \wedge f'''(0) \neq 0 \wedge f(0) = 1$

4

Polynomfunktion 2. Grades:

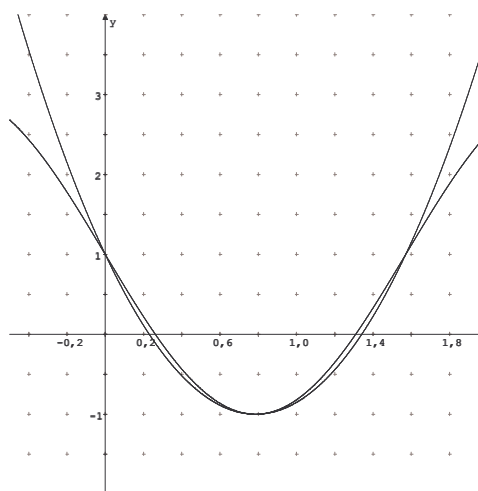
$$f(x) = ax^2 + bx + c ; f'(x) = 2ax + b$$

$$f(0) = 1 \wedge f'\left(\frac{\pi}{4}\right) = 0 \wedge f\left(\frac{\pi}{4}\right) = -1$$

$$c = 1 \wedge a \cdot \frac{\pi}{2} + b = 0 \wedge \frac{\pi^2}{16} \cdot a + \frac{\pi}{4} \cdot b + c = -1$$

$$\Rightarrow a = \frac{32}{\pi^2} \wedge b = -\frac{16}{\pi}$$

Ergebnis: $p: y = \frac{32}{\pi^2}x^2 - \frac{16}{\pi}x + 1$



6

30